



SEP
SECRETARÍA DE
EDUCACIÓN PÚBLICA

Centro de Estudios
Tecnológicos, Industrial y de
Servicios No.1

"Coronel, Matilde Galicia Rioja"

**GUIA DE ESTUDIO
PARA EXÁMEN EXTRAORDINARIO**

ASIGNATURA: *Cálculo Diferencial*

Profesor (a): _____ Calificación: _____

Alumno(a): _____ Grupo: _____

Cálculo Diferencial

Aprendizajes esperados

1. Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.
2. Construye y analiza sucesiones numéricas y reconocen los patrones de crecimiento y de decrecimiento.
3. Analiza las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función.
4. Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función.
5. Opera algebraica y aritméticamente, así como, representan y trata gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).
6. Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.
7. Utiliza procesos para la derivación y representan a los objetos derivada y derivada sucesiva como medios adecuados para la predicción local.
8. Localiza los máximos, mínimos y las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.
9. Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de una función (los ceros de f , f' y f''). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de f'' mediante la tercera derivada.

Justificación

El Cálculo Diferencial es una asignatura que integra los contenidos de Álgebra, Geometría y Trigonometría así como, Geometría Analítica, el estudio de éste permite al alumno modelar el mundo real e interpretar diversos fenómenos relacionados con el tiempo y la optimización, asimismo, brindará al alumno la oportunidad de analizar cualitativa y cuantitativamente la razón de cambio instantáneo y promedio, lo que permitirá dar solución a problemas reales en diversas áreas tal como: la financiera, económica, química, ecológica, física y geométrica. Asimismo, problemas de optimización, modelamiento y estudio de variaciones de forma dinámica.

Éxito en tu preparación

INSTRUCCIONES

Está guía deberá elaborarse en hojas blancas tamaño carta (para las gráficas puedes utilizar hojas milimétricas), letra legible. Se cuidadoso(a) en la resolución de los ejercicios, trabaja en orden y limpieza.

I. NÚMEROS REALES**Vídeos de apoyo**

<https://www.youtube.com/watch?v=ZhDcvR-eFAE>

<https://www.youtube.com/watch?v=Of2wQohpbZo>

1. Elabora un mapa mental sobre los números complejos.
2. Considerando el mapa mental, escribe la definición de cada uno de ellos y coloca tres ejemplos.
3. Realiza las siguientes operaciones, anota en la columna correspondiente el resultado así como, el subconjunto de números reales al que pertenece.

Expresión	Resultado	Subconjunto
$7 + 2$		
$\frac{1}{4} + 7$		
$(-5)(-3)$		
$\sqrt{12 + 10}$		
$(-7)(5 - 3)$		
$\sqrt{-12 + 7}$		
$\frac{2}{8}$		
$\frac{1}{5}(3)$		
π		

II. FUNCIONES**Videos de apoyo**

<https://www.youtube.com/watch?v=LI7xfe3HoZE>

<https://www.youtube.com/watch?v=H40lcwlgPMk&t=10s>

4. ¿Qué es una función?
5. Escribe la definición del dominio y rango de una función, así como, la nomenclatura.
6. Elabora una tabla sobre las características de las funciones (tipo, concepto, gráfica, dominio, rango y ejemplo).

7. Grafica las siguientes funciones en el dominio indicado, incluye la tabla de valores, la secuencia de cálculos y el tipo de función.

<https://www.youtube.com/watch?v=A7OrJ8llleE>

<https://www.youtube.com/watch?v=xkN0JoWHA5k>

a) $f(x) = \sqrt{3x - 4}$ $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

b) $y = 2x - 5$ $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

c) $y = x^3 - 4$ $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

d) $f(x) = \frac{3}{x-2}$ $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

e) $y = x^2 - 9$ $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

f) $y = 2^x$ $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

g) $y = \ln x$ $D\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

8. Dadas las siguientes funciones $g(x) = 4x - 5$; $f(x) = \sqrt{3x - 4}$; $h(x) = x^2 + 5x$ (Selecciona cinco incisos y resuélvelas)

Videos de apoyo

<https://www.youtube.com/watch?v=tvUoOZDRAs>

a) $h(-3) =$ b) $g\left(\frac{2}{3}\right) =$ c) $f(3) =$ d) $f(0) =$ e) $h(-2) =$

f) $f(-2) =$ g) $f(-3) =$ h) $g(-1) =$ i) $g(1) =$ j) $f(5) =$
k)

9. Dadas las funciones $h(x) = x - 3$; $g(x) = \sqrt{x - 3}$; $h(x) = -4x^2 - 4x + 10$; $s(x) = \frac{x}{x}$ determine las siguientes operaciones simplificando las expresiones resultantes (Selecciona cinco incisos y resuélvelas).

Videos de apoyo:

<https://www.youtube.com/watch?v=jP1mSfUqpxw&t=2s>

a) $f(0) + g(12)$ b) $\frac{h(2)}{s(1)}$ c) $f(3) \cdot h(1)$ d) $s(3) - g(52)$ e) $\frac{f(3)}{g(0)} - s(1)$

f) $h(2) - f(1)$ g) $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$ h) $(f - h)(x)$ i) $(f \cdot h)(x)$ j) $(f + h)(x)$

II. LIMITES

A PARTIR DE TABLAS

VIDEOS DE APOYO

<https://youtu.be/7IXHIOUstFA>

<https://youtu.be/23-jG6sIVmo>

10. ¿Qué es el límite de una función?
11. ¿Cuáles son las condiciones para que exista el límite de una función?
12. La función f está definida para todos los números reales. Esta tabla proporciona algunos valores de f

x	$f(x)$
2,9	9,62
2,99	9,85
2,999	9,99
3,001	9,99
3,01	9,85
3,1	9,62

¿Cuál es un estimado razonable de $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$?

13. La función h está definida para todos los números reales. Esta tabla proporciona algunos valores de h .

x	-10,1	-10,01	-10,001	-9,999	-9,99	-9,9
$h(x)$	-9,89	-9,47	-9,02	-8,01	-8,3	-8,94

¿Cuál es un estimado razonable de $\lim_{x \rightarrow -10} h(x)$?

14. La función f está definida para todos los números reales excepto $x=0$, equals, 0. Esta tabla proporciona algunos valores de f .

x	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$f(x)$	2,63	2,77	2,89	indefinida	2,88	2,75	2,6

¿Cuál es un estimado razonable de $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$?

LIMITES INDETERMINADOS POR FACTORIZACIÓN $\frac{0}{0}$

VIDEOS DE APOYO

<https://youtu.be/h9IEAU5-CSg>

https://youtu.be/kO_D4w13vyg

https://youtu.be/-G00rN5_bXU

15. Encontrar el límite de las siguientes funciones con forma indeterminada $\frac{0}{0}$

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 12}{x - 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$

d) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$

e) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^3 - 2h^2 + h}{h}$

f) $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{x^2 - 6x - 27}$

16. **Encontrar el límite de las siguientes funciones con forma indeterminada $\frac{\infty}{\infty}$**

VIDEOS DE APOYO

<https://youtu.be/YwOBnHe1sz8>

<https://youtu.be/yH6vcnoX8tM>

<https://youtu.be/YijB5BhcFw8>

<https://youtu.be/RERF3EXziSE>

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^3 + 3x^2 + x - 4}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5}{3}$

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x + 12}{3}$

b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 - 4}{3}$

d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 3x + 2}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{3}$

c)

e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + x}{x + x + 8}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{x - 2}$

f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{x - 2}$

III. DERIVADA

Videos de apoyo

10. ¿Qué es la razón de cambio en una función y cómo se calcula?
11. Define derivada de una función.
12. ¿Cuál es el significado físico de la derivada?

13. Determina la derivada de las siguientes funciones utilizando las formulas correspondientes.

<https://www.youtube.com/watch?v=RBN1HeRmZlc>

<https://www.youtube.com/watch?v=sR5KYTap0Cg>

a) $f(x) = (5x^2 - 3)(x^2 + 4x - 4)$

b) $f(x) = 2x^7 + 3x^4 - x^2 + x^2 + 7$

c) $f(x) = 5x^4 - 2x^3 - 3x + 2$

d) $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2$

e) $f(x) = \frac{5}{x^5}$

f) $f(x) = (x^2 + 3x + 2)^4$

g) $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+3}$

h) $f(t) = t^{24} - 4t^{-20} - 3t + 2$

i) $f(x) = (3x^8 - 2x^7)^{10}$

j) $f(v) = \frac{v^2+4v+1}{v+4}$

k) $f(x) = 2x^{\frac{4}{8}} - 4x^{\frac{1}{4}}$

l) $f(x) = (8 - 16x)^{\frac{1}{3}} - 4x^7 - 3x + 10$

m) $f(x) = (7x^{10} - 8x^2)(-3x + 2)$

n) $f(x) = \frac{5x^4-2x^3}{x+3}$

o) $f(x) = (-6x^3 - 8x + 2)^7$

p) $h(x) = \text{Tan}(3x - 4)$

q) $g(x) = \cos 3x^5$

r) $f(x) = \ln(2x - 3)$

s) $f(x) = \text{sen } 2x + \cos 2x$

t) $f(x) = e^x + 5x$

u) $\frac{d}{dx} 4x^3 - 2x^2 + 7x + 2$

v) $\frac{d}{dx} \frac{3x^2+9}{6x}$

w) $\frac{d}{dx} \text{sen } 6x$

x) $\frac{d}{dx} = \text{sen } 3x \cdot (7x^2 + 2x)$

y) $f(x) = \frac{4}{5}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{2}{7}x^2$

z) $y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt[3]{2x^3}}$

aa) $f(x) = (2x^2 + 8)(x^3 + 7)$

bb) $f(x) = \tan x - x$

cc) $\text{sen} \frac{x^2-1}{x+1}$

dd) $f(x) = 2^{3x}$

Videos de Apoyo

https://www.youtube.com/watch?v=MSoBN5_Qp24

14. Determina la segunda derivada de las siguientes funciones.

a) $f(x) = 3x^2 + 8x + 7$

b) $f(x) = x^2 - 7x + 2$

c) $f(x) = 5x^3 + 4x + 8$

d) $f(x) = 8x^2 + 2x + 4$

e) $f(x) = 3x^2 - 7x + 8$

15. Determina la tercera derivada de las siguientes funciones.

f) $f(x) = 3x^4 + 2x + 1$

g) $f(x) = 7x^5 - 8x + 9$

h) $f(x) = x^3 + 5x + 5$

i) $f(x) = \text{sen } 8x$

j) $f(x) = \text{cos}(-7x^2)$

16. Determina si las siguientes funciones son crecientes o decrecientes en los valores de x indicados.

<https://www.youtube.com/watch?v=sE5jdoJd97g&t=8s>

a) $y = x^2 - 7x + 2$ en $x = 2$

b) $y = x^2 + 5x - 3$ en $x = -2$

c) $y = x^3 + 5x - 3$ en $x = -4$

Videos de apoyo

<https://www.youtube.com/watch?v=QyN4KPs9MNQ>

17. Una partícula se mueve siguiendo la ecuación $S(t) = t^3 - 9t^2 + 24t + 2$, determina las funciones que describen la velocidad y la aceleración instantáneas.

18. La posición de una partícula está dada por $S(t) = t^3 - 4t^2 + 5t$, donde S está en metros y t en segundos, determina la velocidad instantánea a los 3 segundos.

19. Una partícula se mueve según la función $S(t) = 2t^3 - t^2 - 3$, donde S está en metros y t en segundos, determina la aceleración instantánea a los 2 segundos.

20. La posición de una partícula está dada por la función $S(t) = t^3 - 6t^2 + 12t + 5$ ¿En qué instante la aceleración es cero?

IV. MAXIMOS Y MÍNIMOS (CRITERIO DE LA PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA)**Videos de apoyo**

https://youtu.be/5XUD_Pbjskk

<https://youtu.be/CZbA2ckCjXA>

- 1) Escribe de forma ordenada los pasos a seguir para encontrar los máximos y mínimos de una función por el criterio de la primera derivada
- 2) ¿Cuáles son los pasos a seguir para encontrar los máximos y mínimos de una función por el criterio de la segunda derivada?
- 3) ¿Por qué la derivada de la función se iguala a cero?
- 4) ¿Qué es un punto crítico?
- 5) ¿Qué es un valor crítico?
- 6) ¿Qué significa el signo de la segunda derivada en un punto específico de x ?