



Centro de Estudios  
Tecnológicos, Industrial y de  
Servicios No.1

***"Coronel, Matilde Galicia Rioja"***

**GUIA DE ESTUDIO  
PARA EXÁMEN EXTRAORDINARIO**

**ASIGNATURA: *Cálculo Diferencial***

**Semestre Agosto 2021 – Enero 2022**

Profesor (a): \_\_\_\_\_ Calificación: \_\_\_\_\_

Alumno(a): \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

## Cálculo Diferencial

### Aprendizajes esperados

1. Caracteriza a las funciones algebraicas y las funciones trascendentes como herramientas de predicción, útiles en una diversidad de modelos para el estudio del cambio.
2. Construye y analiza sucesiones numéricas y reconocen los patrones de crecimiento y de decrecimiento.
3. Analiza las regiones de crecimiento y decrecimiento de una función.
4. Encuentra en forma aproximada los máximos y mínimos de una función.
5. Opera algebraica y aritméticamente, así como, representan y trata gráficamente a las funciones polinomiales básicas (lineales, cuadráticas y cúbicas).
6. Determina algebraica y visualmente las asíntotas de algunas funciones racionales básicas.
7. Utiliza procesos para la derivación y representan a los objetos derivada y derivada sucesiva como medios adecuados para la predicción local.
8. Localiza los máximos, mínimos y las inflexiones de una gráfica para funciones polinomiales y trigonométricas.
9. Calcula y resuelve operaciones gráficas con funciones para analizar el comportamiento local de una función (los ceros de  $f$ ,  $f'$  y  $f''$ ). En algunos casos, se podrán estudiar los cambios de  $f''$  mediante la tercera derivada.

### Justificación

El Cálculo Diferencial es una asignatura que integra los contenidos de Álgebra, Geometría y Trigonometría así como, Geometría Analítica, el estudio de éste permite al alumno modelar el mundo real e interpretar diversos fenómenos relacionados con el tiempo y la optimización, asimismo, brindará al alumno la oportunidad de analizar cualitativa y cuantitativamente la razón de cambio instantáneo y promedio, lo que permitirá dar solución a problemas reales en diversas áreas tal como: la financiera, económica, química, ecológica, física y geométrica. Asimismo, problemas de optimización, modelamiento y estudio de variaciones de forma dinámica.

*Éxito en tu preparación*

**INSTRUCCIONES**

Está guía deberá elaborarse en hojas blancas tamaño carta (para las gráficas puedes utilizar hojas milimétricas), letra legible. Se cuidadoso(a) en la resolución de los ejercicios, trabaja en orden y limpieza.

**I. NÚMEROS REALES****Vídeos de apoyo**

<https://www.youtube.com/watch?v=ZhDcvR-eFAE>

<https://www.youtube.com/watch?v=Of2wQohpbZo>

1. Elabora un mapa mental sobre los números complejos.
2. Considerando el mapa mental, escribe la definición de cada uno de ellos y coloca tres ejemplos.
3. Realiza las siguientes operaciones, anota en la columna correspondiente el resultado así como, el subconjunto de números reales al que pertenece.

Expresión	Resultado	Subconjunto
$7 + 2$		
$\frac{1}{4} + 7$		
$(-5)(-3)$		
$\sqrt{12 + 10}$		
$(-7)(5 - 3)$		
$\sqrt{-12 + 7}$		
$\frac{2}{8}$		
$\frac{1}{5}(3)$		
$\pi$		

**II. FUNCIONES****Videos de apoyo**

<https://www.youtube.com/watch?v=LI7xfe3HoZE>

<https://www.youtube.com/watch?v=H40lcwlgPMk&t=10s>

4. ¿Qué es una función?
5. Escribe la definición del dominio y rango de una función, así como, la nomenclatura.
6. Elabora una tabla sobre las características de las funciones (tipo, concepto, gráfica, dominio, rango y ejemplo).

7. Grafica las siguientes funciones en el dominio indicado, incluye la tabla de valores, la secuencia de cálculos y el tipo de función.

<https://www.youtube.com/watch?v=A7OrJ8llleE>

<https://www.youtube.com/watch?v=xkN0JoWHA5k>

a)  $f(x) = \sqrt{3x - 4}$   $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

b)  $y = 2x - 5$   $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

c)  $y = x^3 - 4$   $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

d)  $f(x) = \frac{3}{x-2}$   $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

e)  $y = x^2 - 9$   $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

f)  $y = 2^x$   $D\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

g)  $y = \ln x$   $D\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

8. Dadas las siguientes funciones  $g(x) = 4x - 5$ ;  $f(x) = \sqrt{3x - 4}$ ;  $h(x) = x^2 + 5x$  (Selecciona cinco incisos y resuélvelas)

**Videos de apoyo**

<https://www.youtube.com/watch?v=tvUoOZDRaks>

a)  $h(-3) =$       b)  $g\left(\frac{2}{3}\right) =$       c)  $f(3) =$       d)  $f(0) =$       e)  $h(-2) =$

f)  $f(-2) =$       g)  $f(-3) =$       h)  $g(-1) =$       i)  $g(1) =$       j)  $f(5) =$   
k)

9. Dadas las funciones  $h(x) = x - 3$ ;  $g(x) = \sqrt{x - 3}$ ;  $h(x) = -4x^2 - 4x + 10$ ;  $s(x) = \frac{3}{x}$  determine las siguientes operaciones simplificando las expresiones resultantes (Selecciona cinco incisos y resuélvelas).

**Videos de apoyo:**

<https://www.youtube.com/watch?v=jP1mSfUqpxw&t=2s>

a)  $f(0) + g(12)$       b)  $\frac{h(2)}{s(1)}$       c)  $f(3) \cdot h(1)$       d)  $s(3) - g(52)$       e)  $\frac{f(3)}{g(0)} - s(1)$

f)  $h(2) - f(1)$       g)  $\left(\frac{h}{f}\right)(x)$       h)  $(f - h)(x)$       i)  $(f \cdot h)(x)$       j)  $(f + h)(x)$

## II. LIMITES

**A PARTIR DE TABLAS**

**VIDEOS DE APOYO**

<https://youtu.be/7IXHIOUstFA>

<https://youtu.be/23-jG6sIVmo>

10. ¿Qué es el límite de una función?
11. ¿Cuáles son las condiciones para que exista el límite de una función?
12. La función  $f$  está definida para todos los números reales. Esta tabla proporciona algunos valores de  $f$

$x$	$f(x)$
2,9	9,62
2,99	9,85
2,999	9,99
3,001	9,99
3,01	9,85
3,1	9,62

¿Cuál es un estimado razonable de  $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ ?

13. La función  $h$  está definida para todos los números reales. Esta tabla proporciona algunos valores de  $h$ .

$x$	-10,1	-10,01	-10,001	-9,999	-9,99	-9,9
$h(x)$	-9,89	-9,47	-9,02	-8,01	-8,3	-8,94

¿Cuál es un estimado razonable de  $\lim_{x \rightarrow -10} h(x)$ ?

14. La función  $f$  está definida para todos los números reales excepto  $x=0$ , equals, 0. Esta tabla proporciona algunos valores de  $f$ .

$x$	-0,1	-0,01	-0,001	0	0,001	0,01	0,1
$f(x)$	2,63	2,77	2,89	indefinida	2,88	2,75	2,6

¿Cuál es un estimado razonable de  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ?

### LIMITES INDETERMINADOS POR FACTORIZACIÓN $\frac{0}{0}$

#### VIDEOS DE APOYO

<https://youtu.be/h9IEAU5-CSg>

[https://youtu.be/kO\\_D4w13vyg](https://youtu.be/kO_D4w13vyg)

[https://youtu.be/-G00rN5\\_bXU](https://youtu.be/-G00rN5_bXU)

15. Encontrar el límite de las siguientes funciones con forma indeterminada  $\frac{0}{0}$

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 12}{x - 2}$

c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x - 2}$

d)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 - 25}$

e)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{3h^3 - 2h^2 + h}{h}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{x^2 - 6x - 27}$

16. Encontrar el límite de las siguientes funciones con forma indeterminada  $\frac{\infty}{\infty}$

**VIDEOS DE APOYO**

<https://youtu.be/YwOBnHe1sz8>

<https://youtu.be/yH6vcnoX8tM>

<https://youtu.be/YijB5BhcFw8>

<https://youtu.be/RERF3EXziSE>

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^3 + 3x^2 + x - 4}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 5}{3}$

a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - x + 12}{3}$

b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 1}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 2x^2 - 4}{3}$

d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 + 3}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x + 3x + 2}{3}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x}{3}$

c)

e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 + x}{x + x + 8}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 5}{x - 2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2}{x - 2}$

**III. DERIVADA**

**Videos de apoyo**

10. ¿Qué es la razón de cambio en una función y cómo se calcula?
11. Define derivada de una función.
12. ¿Cuál es el significado físico de la derivada?

13. Determina la derivada de las siguientes funciones utilizando las formulas correspondientes.

<https://www.youtube.com/watch?v=RBN1HeRmZlc>

<https://www.youtube.com/watch?v=sR5KYTap0Cg>

a)  $f(x) = (5x^2 - 3)(x^2 + 4x - 4)$

b)  $f(x) = 2x^7 + 3x^4 - x^2 + x^2 + 7$

c)  $f(x) = 5x^4 - 2x^3 - 3x + 2$

d)  $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2$

e)  $f(x) = \frac{5}{x^5}$

f)  $f(x) = (x^2 + 3x + 2)^4$

g)  $f(x) = \frac{x^3+1}{x^2+3}$

h)  $f(t) = t^{24} - 4t^{-20} - 3t + 2$

i)  $f(x) = (3x^8 - 2x^7)^{10}$

j)  $f(v) = \frac{v^2+4v+1}{v+4}$

k)  $f(x) = 2x^{\frac{4}{8}} - 4x^{\frac{1}{4}}$

l)  $f(x) = (8 - 16x)^{\frac{1}{3}} - 4x^7 - 3x + 10$

m)  $f(x) = (7x^{10} - 8x^2)(-3x + 2)$

n)  $f(x) = \frac{5x^4-2x^3}{x+3}$

o)  $f(x) = (-6x^3 - 8x + 2)^7$

p)  $h(x) = \text{Tan}(3x - 4)$

q)  $g(x) = \cos 3x^5$

r)  $f(x) = \ln(2x - 3)$

s)  $f(x) = \text{sen } 2x + \cos 2x$

t)  $f(x) = e^x + 5x$

u)  $\frac{d}{dx} 4x^3 - 2x^2 + 7x + 2$

v)  $\frac{d}{dx} \frac{3x^2+9}{6x}$

w)  $\frac{d}{dx} \text{sen } 6x$

x)  $\frac{d}{dx} = \text{sen } 3x \cdot (7x^2 + 2x)$

y)  $f(x) = \frac{4}{5}x^4 - \frac{4}{3}x^3 + \frac{2}{7}x^2$

z)  $y = \frac{\sqrt{2}}{3^4 \sqrt{2x^3}}$

aa)  $f(x) = (2x^2 + 8)(x^3 + 7)$

bb)  $f(x) = \tan x - x$

cc)  $\text{sen} \frac{x^2-1}{x+1}$

dd)  $f(x) = 2^{3x}$

Videos de Apoyo

---

[https://www.youtube.com/watch?v=MSoBN5\\_Qp24](https://www.youtube.com/watch?v=MSoBN5_Qp24)

14. Determina la segunda derivada de las siguientes funciones.

a)  $f(x) = 3x^2 + 8x + 7$

b)  $f(x) = x^2 - 7x + 2$

c)  $f(x) = 5x^3 + 4x + 8$

d)  $f(x) = 8x^2 + 2x + 4$

e)  $f(x) = 3x^2 - 7x + 8$

15. Determina la tercera derivada de las siguientes funciones.

f)  $f(x) = 3x^4 + 2x + 1$

g)  $f(x) = 7x^5 - 8x + 9$

h)  $f(x) = x^3 + 5x + 5$

i)  $f(x) = \text{sen } 8x$

j)  $f(x) = \text{cos}(-7x^2)$

16. Determina si las siguientes funciones son crecientes o decrecientes en los valores de  $x$  indicados.

<https://www.youtube.com/watch?v=sE5jdoJd97g&t=8s>

a)  $y = x^2 - 7x + 2$  en  $x = 2$

b)  $y = x^2 + 5x - 3$  en  $x = -2$

c)  $y = x^3 + 5x - 3$  en  $x = -4$

#### Videos de apoyo

<https://www.youtube.com/watch?v=QyN4KPs9MnQ>

17. Una partícula se mueve siguiendo la ecuación  $S(t) = t^3 - 9t^2 + 24t + 2$ , determina las funciones que describen la velocidad y la aceleración instantáneas.

18. La posición de una partícula está dada por  $S(t) = t^3 - 4t^2 + 5t$ , donde  $S$  está en metros y  $t$  en segundos, determina la velocidad instantánea a los 3 segundos.

19. Una partícula se mueve según la función  $S(t) = 2t^3 - t^2 - 3$ , donde  $S$  está en metros y  $t$  en segundos, determina la aceleración instantánea a los 2 segundos.

20. La posición de una partícula está dada por la función  $S(t) = t^3 - 6t^2 + 12t + 5$  ¿En qué instante la aceleración es cero?

**IV. MAXIMOS Y MÍNIMOS (CRITERIO DE LA PRIMERA Y SEGUNDA DERIVADA)****Videos de apoyo**

[https://youtu.be/5XUD\\_Pbjkk](https://youtu.be/5XUD_Pbjkk)

<https://youtu.be/CZbA2ckCjXA>

- 1) Escribe de forma ordenada los pasos a seguir para encontrar los máximos y mínimos de una función por el criterio de la primera derivada
- 2) ¿Cuáles son los pasos a seguir para encontrar los máximos y mínimos de una función por el criterio de la segunda derivada?
- 3) ¿Por qué la derivada de la función se iguala a cero?
- 4) ¿Qué es un punto crítico?
- 5) ¿Qué es un valor crítico?
- 6) ¿Qué significa el signo de la segunda derivada en un punto específico de  $x$ ?